

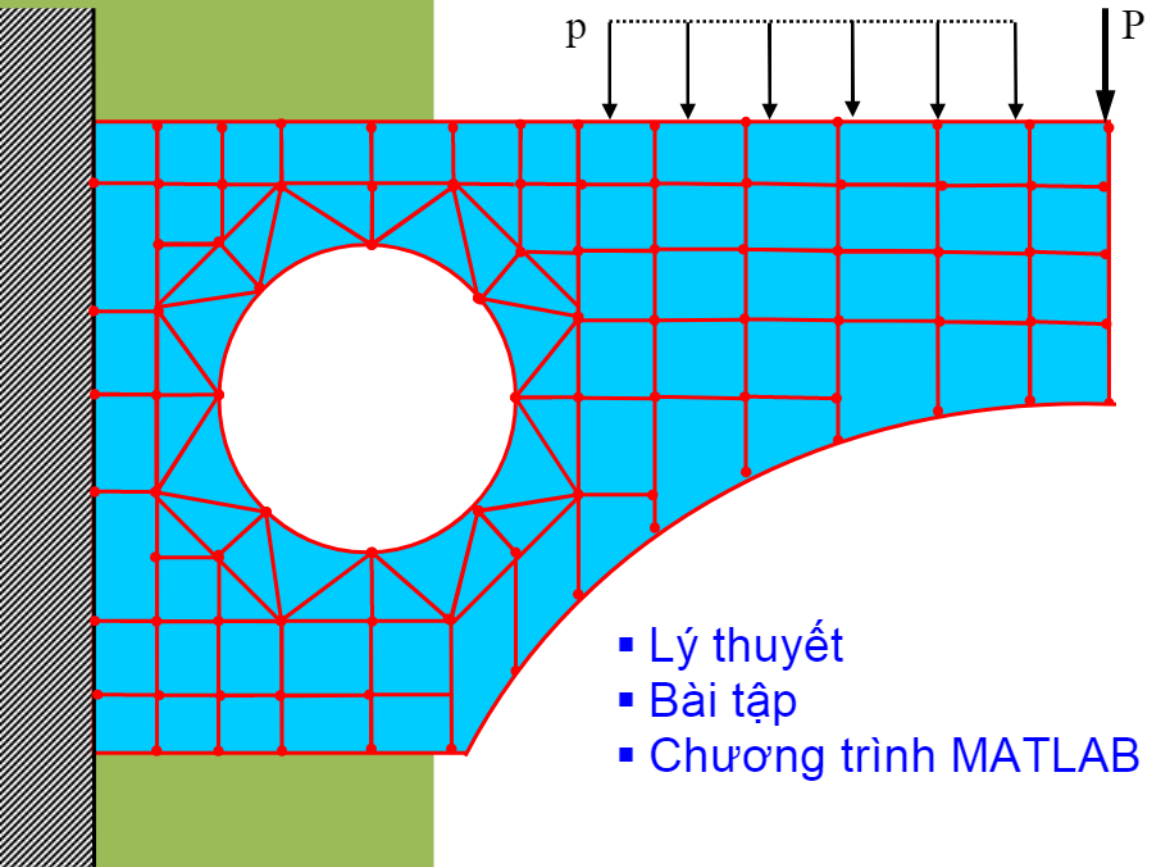
TRẦN ÍCH THỊNH – NGÔ NHƯ KHOA

# PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

- Lý thuyết
- Bài tập
- Chương trình MATLAB

HÀ NỘI 2007

# PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN



**GS, TS Trần Ích Thịnh**  
**TS. Ngô Như Khoa**

# **PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN**

**Lý thuyết**  
**Bài tập**  
**Chương trình MATLAB**

HÀ NỘI 2007

# MỞ ĐẦU

Giáo trình *Phương pháp Phần tử hữu hạn* (PP PTHH) được biên soạn dựa trên nội dung các bài giảng và kinh nghiệm giảng dạy môn học cùng tên trong những năm gần đây cho sinh viên khoa Cơ khí, trường Đại học Bách khoa Hà Nội và học viên cao học ngành Cơ học Kỹ thuật, trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp - Đại học Thái Nguyên. Nội dung giáo trình có mục đích trang bị cho sinh viên các ngành kỹ thuật: Công nghệ chế tạo máy, Cơ tin kỹ thuật, Kỹ thuật hàng không, Kỹ thuật tàu thủy, Máy thủy khí, Ô tô, Động cơ, Tạo hình biến dạng, Công nghệ chất dẻo & composite, Công nghệ & kết cấu hàn v.v.:

- Những kiến thức cơ bản nhất của PP PTHH ứng dụng,
- Áp dụng phương pháp để giải quyết một số bài toán kỹ thuật khác nhau,
- Nâng cao kỹ năng lập trình Matlab trên cơ sở thuật toán PTHH.

Giáo trình biên soạn gồm 13 chương.

Sau phần giới thiệu phương pháp PTHH, một số loại phần tử thực và phần tử qui chiếu hay gặp (Chương 1), giáo trình đề cập đến một số phép tính ma trận, phương pháp khử Gauss (Chương 2) và thuật toán xây dựng ma trận độ cứng và véctor lực nút chung cho kết cấu (Chương 3). Phương pháp Phần tử hữu hạn trong bài toán một chiều chịu kéo (nén) được giới thiệu trong Chương 4 và ứng dụng vào tính toán hệ thanh phẳng (Chương 5). Tiếp theo, giáo trình tập trung vào mô tả phần tử hữu hạn tam giác biến dạng hằng số trong bài toán phẳng của lý thuyết đàn hồi (Chương 6) và ứng dụng vào tính toán kết cấu đối xứng trục (Chương 7). Chương 8 giới thiệu phần tử tứ giác kèm theo khái niệm tích phân số. Chương 9 mô tả phần tử Hermite trong bài toán tính dầm và khung. Chương 10 trình bày phần tử hữu hạn trong bài toán dẫn nhiệt một và hai chiều. Chương 11 xây dựng thuật toán PTHH tính tám-vô chịu uốn. Phần áp dụng phần tử hữu hạn trong tính toán vật liệu và kết cấu composite được giới thiệu trong chương 12. Chương 13 mô tả phần tử hữu hạn trong tính toán động lực học một số kết cấu.

Cuối mỗi chương (từ chương 4 đến chương 13) đều có chương trình Matlab kèm theo và một lượng bài tập thích đáng để người đọc tự kiểm tra kiến thức của mình.

Giáo trình được biên soạn bởi:

- GS. TS Trần Ích Thịnh (chủ biên): Chương 1, 3, 4, 5, 6, 8 và 9.
- TS Ngô Như Khoa: Chương 2, 7, 10, 11, 12, 13 và các chương trình Matlab.

Giáo trình được trình bày một cách hệ thống và nhất quán từ đầu đến cuối nhờ Nguyên lý cực tiểu hoá thế năng toàn phần. Các quan hệ được xây dựng trong "*không gian qui chiếu*", do đó rất thuận lợi trong tính toán và lập trình.

Có thể dùng giáo trình này làm tài liệu tham khảo cho sinh viên, học viên Cao học và nghiên cứu sinh các ngành kỹ thuật liên quan.

Rất mong nhận được những góp ý xây dựng của bạn đọc.

Tập thể tác giả

# MỤC LỤC

## Chương 1

### GIỚI THIỆU PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

1.	Giới thiệu chung.....	1
2.	Xấp xỉ bằng phần tử hữu hạn.....	1
3.	Định nghĩa hình học các phần tử hữu hạn.....	2
3.1.	Nút hình học.....	2
3.2.	Qui tắc chia miền thành các phần tử.....	2
4.	Các dạng phần tử hữu hạn.....	3
5.	Phần tử quy chiếu, phần tử thực.....	4
6.	Một số dạng phần tử quy chiếu.....	5
7.	Lực, chuyển vị, biến dạng và ứng suất.....	6
8.	Nguyên lý cực tiểu hoá thế năng toàn phần.....	7
9.	Sơ đồ tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn.....	8

## Chương 2

### ĐẠI SỐ MA TRẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP KHỬ GAUSSIAN

1.	Đại số ma trận.....	11
1.1.	Véc tơ.....	11
1.2.	Ma trận đơn vị.....	12
1.3.	Phép cộng và phép trừ ma trận.....	12
1.4.	Nhân ma trận với hằng số.....	12
1.5.	Nhân hai ma trận.....	13
1.6.	Chuyển vị ma trận.....	13
1.7.	Đạo hàm và tích phân ma trận.....	14
1.8.	Định thức của ma trận.....	14
1.9.	Nghịch đảo ma trận.....	15
1.10.	Ma trận đường chéo.....	16
1.11.	Ma trận đối xứng.....	16
1.12.	Ma trận tam giác.....	16
2.	Phép khử Gauss.....	17
2.1.	Mô tả.....	17
2.2.	Giải thuật khử Gauss tổng quát.....	18

## Chương 3

### THUẬT TOÁN XÂY DỰNG MA TRẬN ĐỘ CỨNG VÀ VÉCTƠ LỰC NÚT CHUNG

1.	Các ví dụ.....	22
1.1.	Ví dụ 1.....	22
1.2.	Ví dụ 2.....	24
2.	Thuật toán ghép K và F.....	28

2.1.	Nguyên tắc chung.....	28
2.2.	Thuật toán ghép nối phân tử: .....	29

#### **Chương 4**

##### **PHẦN TỬ HỮU HẠN TRONG BÀI TOÁN MỘT CHIỀU**

1.	Mở đầu.....	31
2.	Mô hình phân tử hữu hạn.....	31
3.	Các hệ trục tọa độ và hàm dạng .....	32
4.	Thế năng toàn phần .....	35
5.	Ma trận độ cứng phân tử.....	36
6.	Qui đổi lực về nút.....	37
7.	Điều kiện biên, hệ phương trình phân tử hữu hạn.....	38
8.	Ví dụ .....	40
9.	Chương trình tính kết cấu một chiều – 1D .....	46
10.	Bài tập.....	50

#### **Chương 5**

##### **PHẦN TỬ HỮU HẠN TRONG TÍNH TOÁN HỆ THANH PHẪNG**

1.	Mở đầu.....	52
2.	Hệ tọa độ địa phương, hệ tọa độ chung.....	52
3.	Ma trận độ cứng phân tử.....	54
4.	Ứng suất.....	55
5.	Ví dụ .....	55
6.	Chương trình tính hệ thanh phẳng.....	57
7.	Bài tập.....	67

#### **Chương 6**

##### **PHẦN TỬ HỮU HẠN TRONG BÀI TOÁN HAI CHIỀU**

1.	Mở đầu.....	71
1.1.	Trường hợp ứng suất phẳng.....	72
1.2.	Trường hợp biến dạng phẳng.....	72
2.	Rời rạc hoá kết cấu bằng phần tử tam giác .....	73
3.	Biểu diễn đẳng tham số.....	76
4.	Thế năng .....	79
5.	Ma trận độ cứng của phần tử tam giác .....	79
6.	Qui đổi lực về nút.....	80
7.	Ví dụ .....	83
8.	Chương trình tính tám chịu trạng thái ứng suất phẳng.....	88
9.	Bài tập.....	99

**Chương 7**  
**PHẦN TỬ HỮU HẠN**

**TRONG BÀI TOÁN ĐỐI XỨNG TRỰC CHỊU TẢI TRỌNG ĐỐI XỨNG**

1.	Mở đầu.....	103
2.	Mô tả đối xứng trục.....	103
3.	Phần tử tam giác.....	104
4.	Chương trình tính kết cấu đối xứng trục.....	114
5.	Bài tập.....	122

**Chương 8**  
**PHẦN TỬ TỨ GIÁC**

1.	Mở đầu.....	126
2.	Phần tử tứ giác.....	126
3.	Hàm dạng.....	127
4.	Ma trận độ cứng của phần tử.....	129
5.	Quy đổi lực về nút.....	131
6.	Tích phân số.....	132
7.	Tính ứng suất.....	136
8.	Ví dụ.....	136
9.	Chương trình.....	138
10.	Bài tập.....	150

**Chương 9**  
**PHẦN TỬ HỮU HẠN TRONG TÍNH TOÁN KẾT CẤU DÂM VÀ KHUNG**

1.	Giới thiệu.....	152
2.	Thế năng.....	153
3.	Hàm dạng Hermite.....	153
4.	Ma trận độ cứng của phần tử dầm.....	155
5.	Quy đổi lực nút.....	157
6.	Tính mômen uốn và lực cắt.....	158
7.	Khung phẳng.....	159
8.	Ví dụ.....	161
9.	Chương trình tính dầm chịu uốn.....	166
10.	Bài tập.....	175

**Chương 10**  
**PHẦN TỬ HỮU HẠN TRONG BÀI TOÁN DẪN NHIỆT**

1.	Giới thiệu.....	178
2.	Bài toán dẫn nhiệt một chiều.....	178
2.1.	Mô tả bài toán.....	178



2.2.	Phần tử một chiều.....	178
2.3.	Ví dụ.....	180
3.	Bài toán dẫn nhiệt hai chiều.....	182
3.1.	Phương trình vi phân quá trình dẫn nhiệt hai chiều.....	182
3.2.	Điều kiện biên.....	183
3.3.	Phần tử tam giác.....	184
3.4.	Xây dựng phiếm hàm.....	185
3.5.	Ví dụ.....	189
4.	Các chương trình tính bài toán dẫn nhiệt.....	192
4.1.	Ví dụ 10.1.....	192
4.2.	Ví dụ 10.2.....	197
5.	Bài tập.....	203

### **Chương 11**

#### **PHẦN TỬ HỮU HẠN**

##### **TRONG TÍNH TOÁN KẾT CẤU TẮM - VỎ CHỊU UỐN**

1.	Giới thiệu.....	206
2.	Lý thuyết tấm Kirchhof.....	206
3.	Phần tử tấm Kirchhof chịu uốn.....	209
4.	Phần tử tấm Mindlin chịu uốn.....	215
5.	Phần tử vỏ.....	218
6.	Chương trình tính tấm chịu uốn.....	221
7.	Bài tập.....	231

### **Chương 12**

#### **PHẦN TỬ HỮU HẠN**

##### **TRONG TÍNH TOÁN VẬT LIỆU, KẾT CẤU COMPOSITE**

1.	Giới thiệu.....	234
2.	Phân loại vật liệu Composite.....	234
3.	Mô tả PTHH bài toán trong trạng thái ứng suất phẳng.....	236
3.1.	Ma trận D đối với trạng thái ứng suất phẳng.....	236
3.2.	Ví dụ.....	238
4.	Bài toán uốn tấm Composite lớp theo lý thuyết Mindlin.....	241
4.1.	Mô hình hóa vật liệu composite nhiều lớp theo lý thuyết Mindlin.....	241
4.2.	Mô hình hóa PTHH bài toán tấm composite lớp chịu uốn.....	246
5.	Chương trình tính tấm Composite lớp chịu uốn.....	250
6.	Bài tập.....	267

### **Chương 13**

#### **PHẦN TỬ HỮU HẠN**

##### **TRONG BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC KẾT CẤU**

1.	Giới thiệu.....	268
----	-----------------	-----

2.	Mô tả bài toán.....	268
3.	Vật rắn có khối lượng phân bố.....	270
4.	Ma trận khối lượng của phần tử có khối lượng phân bố.....	272
4.1.	Phần tử một chiều.....	272
4.2.	Phần tử trong hệ thanh phẳng.....	272
4.3.	Phần tử tam giác.....	273
4.4.	Phần tử tam giác đối xứng trục.....	274
4.5.	Phần tử tứ giác.....	275
4.6.	Phần tử dầm.....	275
4.7.	Phần tử khung.....	276
5.	Ví dụ.....	276
6.	Chương trình tính tần số dao động tự do của dầm và khung.....	277
6.1.	Chương trình tính tần số dao động tự do của dầm.....	277
6.2.	Chương trình tính tần số dao động tự do của khung.....	282
7.	Bài tập.....	287

## TÀI LIỆU THAM KHẢO